



WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Próbny egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

ROK SZKOLNY: 2023/2024

CZAS TRWANIA: 180 MINUT

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania zasad oceniania
 dostosowania w zw. z dyskalkulią.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz — natychmiast zgłoś to nauczycielowi.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz — zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

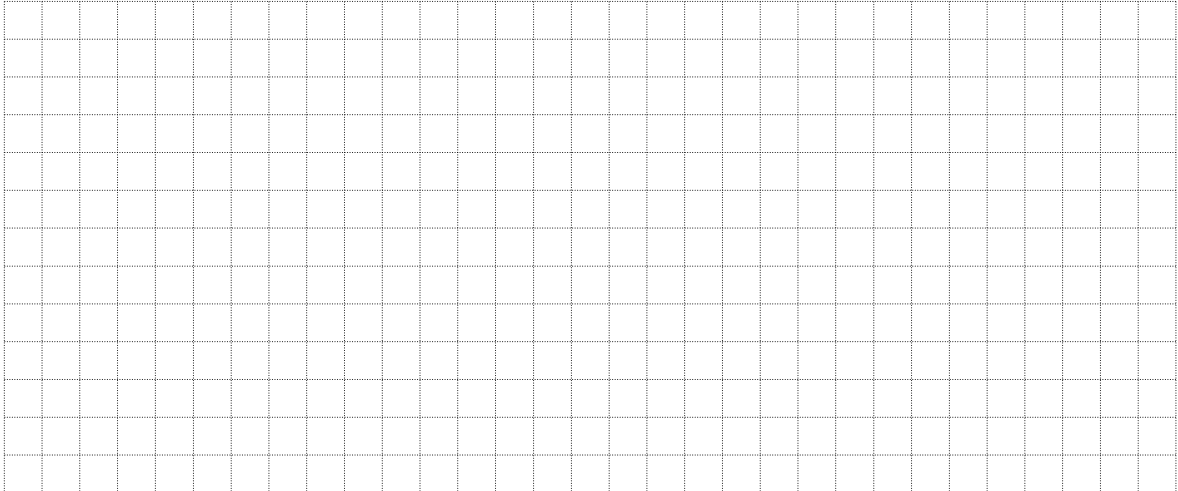
1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1-13.2).
2. Na pierwszej stronie wpisz swój kod i numer PESEL.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Zadanie 1. (0-2)

Funkcja f jest określona wzorem:

$$f(x) = \frac{5-2x^3}{x^3-3x^2}, \text{ gdzie } x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$$

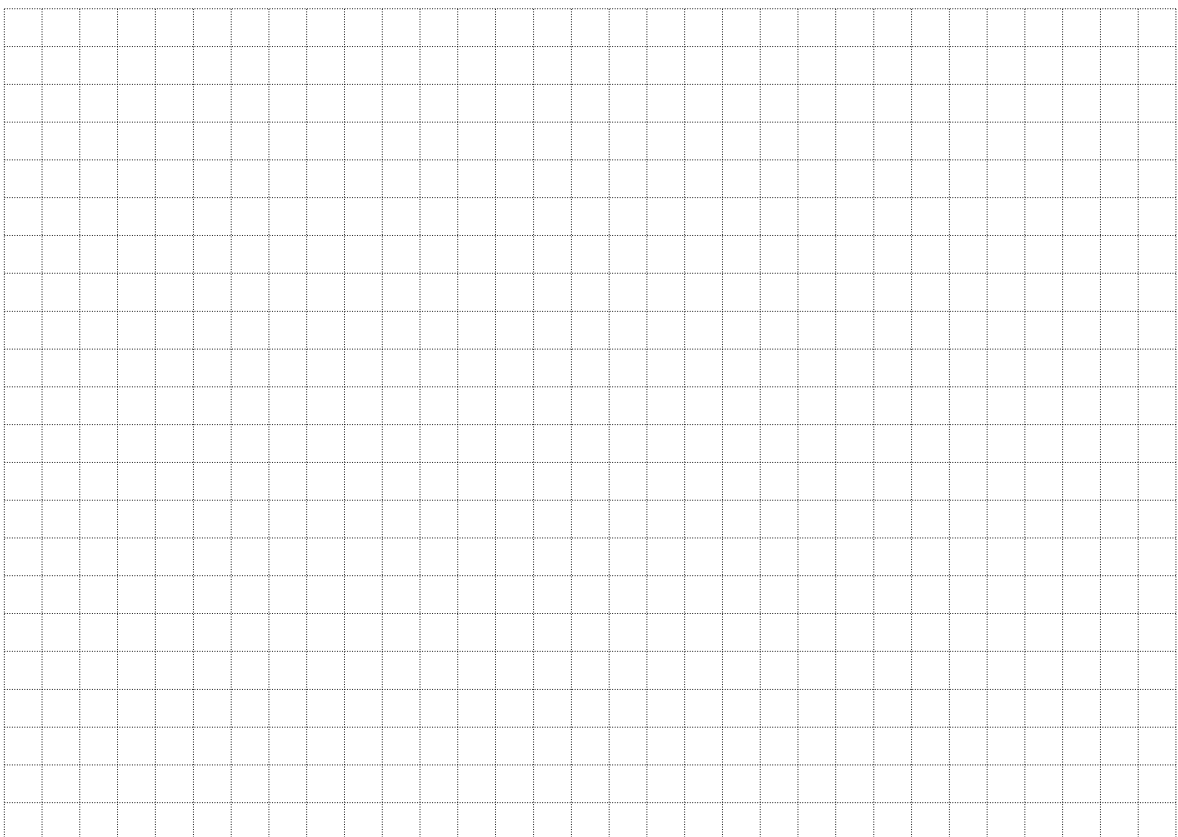
Oblicz granice funkcji f na krańcach przedziału $(3; +\infty)$. Zapisz obliczenia.



Zadanie 2. (0-3)

W pojemniku jest 15 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 15. Z pojemnika losujemy 3 razy po 2 kule i za każdym razem wylosowane kule wrzucamy z powrotem do pojemnika.

Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania co najmniej 2 razy pary kul, które będą ponumerowane liczbami pierwszymi. Zapisz obliczenia.



Zadanie 3. (0-3)

Liczby rzeczywiste x, y, z, a są dodatnie oraz różne od 1. Ponadto liczby x, y, z w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny.

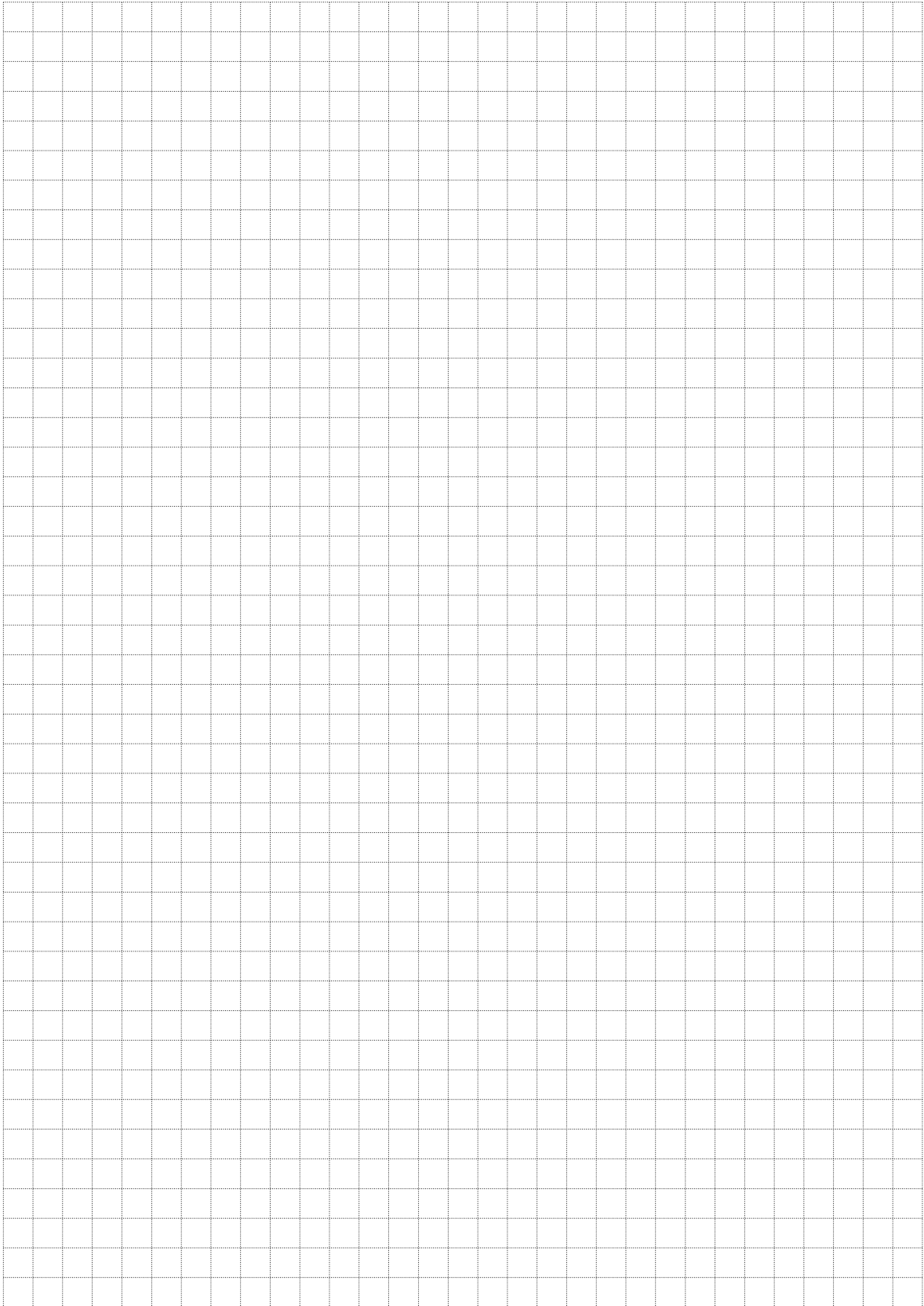
Wykaż, że liczby $\frac{1}{\log_x a}, \frac{1}{\log_y a}, \frac{1}{\log_z a}$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny.



Zadanie 4. (0-3)

Wielomian $W(x)$ jest określony wzorem $W(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + x + 3$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - m$ jest liczbą dodatnią. Zapisz obliczenia.



Zadanie 5. (0-4)

Rozwiąż równanie:

$$\cos 2x = \sin 2x - \operatorname{tg} x, \text{ gdzie } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ i } k \in \mathbb{Z}$$

Zapisz obliczenia.



Zadanie 6. (0–4)

Wyrazy nieskończonego, rosnącego ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, spełniają warunki:

$$\frac{a_4}{a_4 - a_2} = -\frac{4}{5} \quad \text{i} \quad a_5 = -\frac{32}{27}$$

Oblicz sumę wszystkich wyrazów o numerach parzystych ciągu (a_n) . Zapisz obliczenia.



Zadanie 7. (0-4)

O trapezie $ABCD$ wiadomo, że $B = (9, 12)$ oraz $\overrightarrow{AB} = [10, 20]$ i $\overrightarrow{BC} = [-8, -2]$. Stosunek długości podstawy AB do długości podstawy CD jest równy $5:2$.

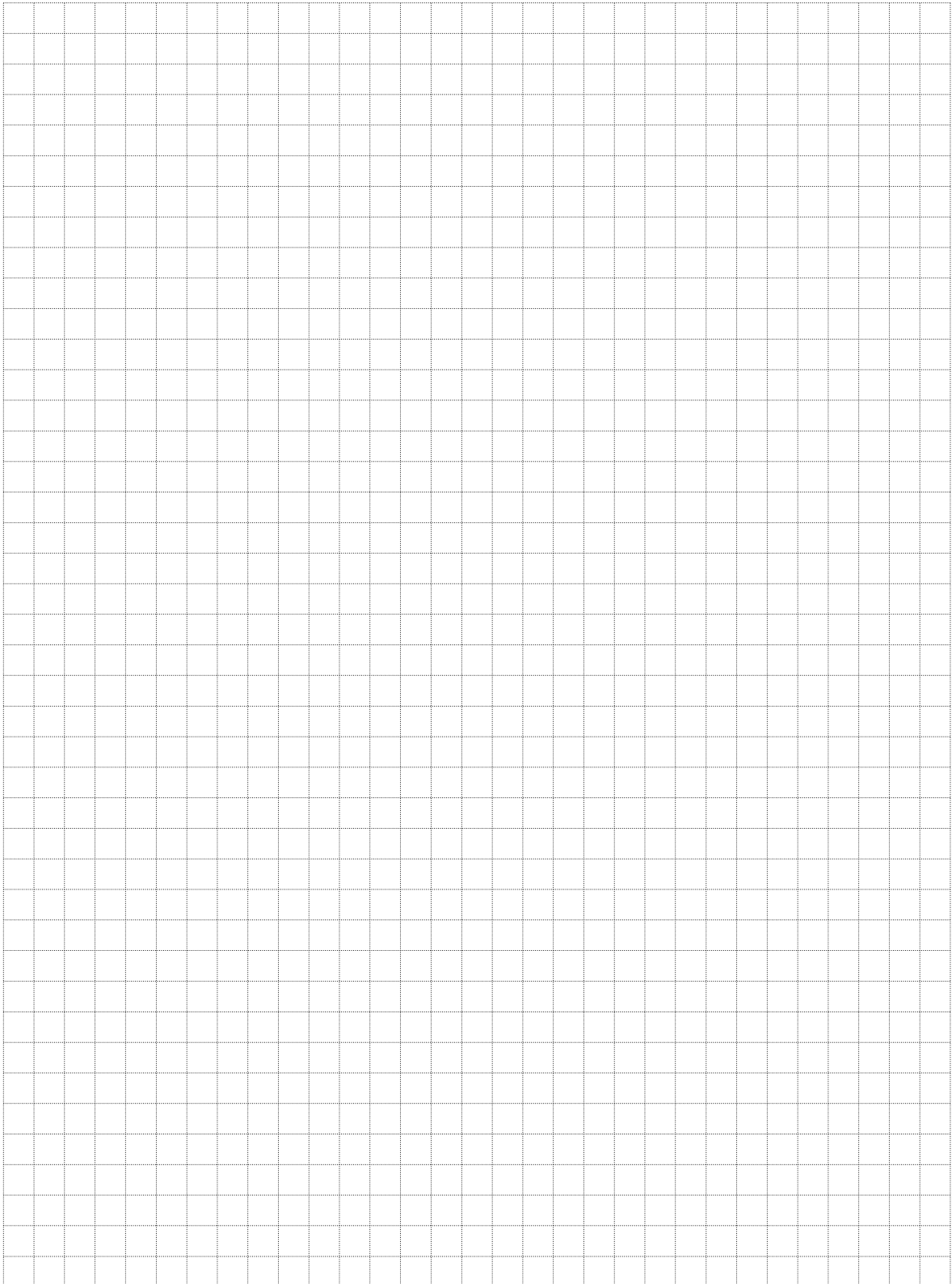
Wykaż, że pole trapezu $ABCD$ jest równe 98.



Zadanie 8. (0-4)

Na czworokącie $ABCD$ o bokach długości: $|AB| = 6$, $|BC| = 4$, $|CD| = 3$ i $|AD| = 8$ opisano okrąg.

Oblicz długość przekątnej BD czworokąta $ABCD$ oraz promień okręgu opisanego na tym czworokącie. Zapisz obliczenia.



Zadanie 9. (0-4)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x^2+6}{2x}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych $x \neq 0$.

Wyznacz równania takich stycznych do wykresu funkcji f , które tworzą z osią x układu współrzędnych kąt o mierze 135° . Zapisz obliczenia.



Zadanie 10. (0–4)

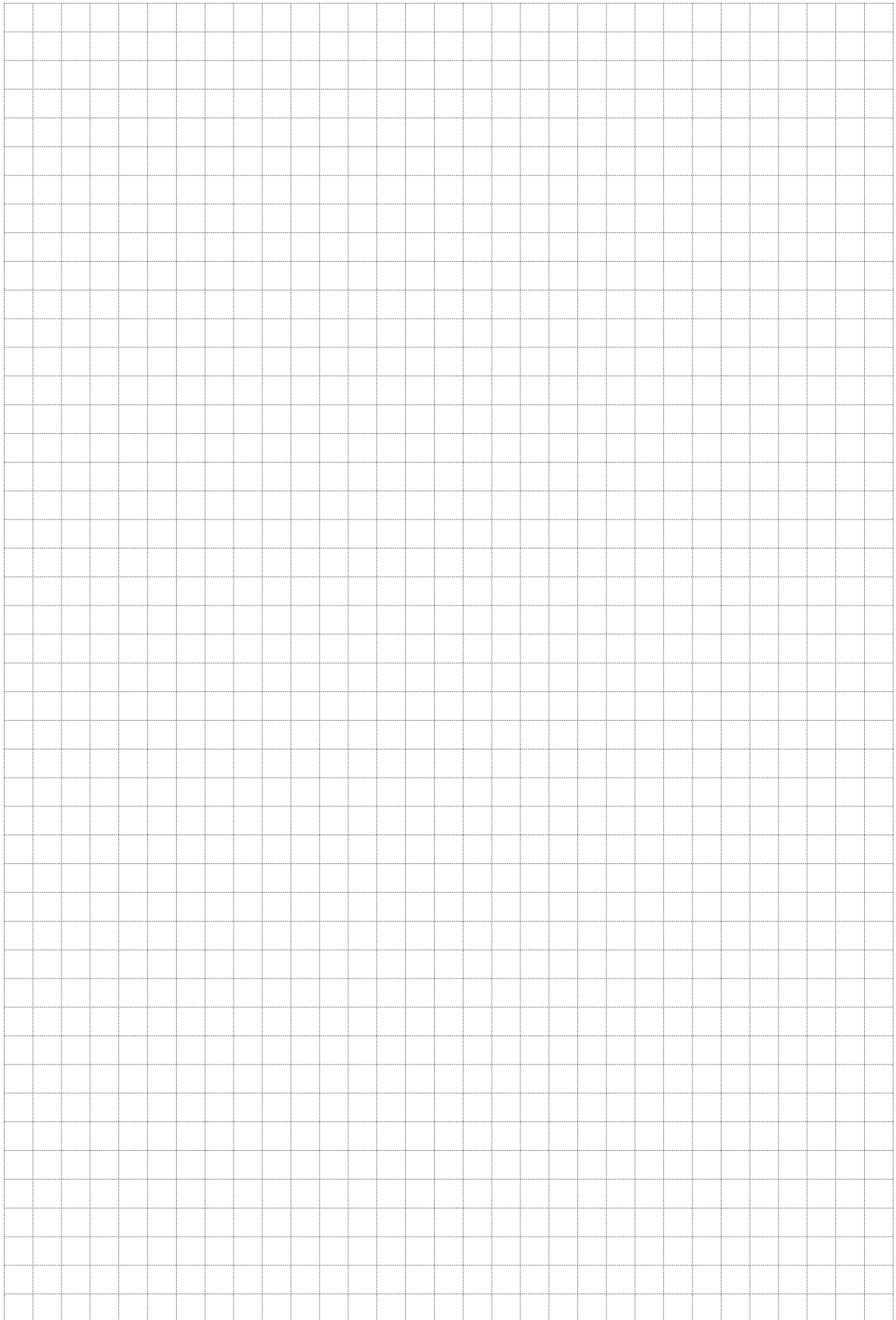
Dany jest ostrosłup $ABCS$, w którym podstawa jest trójkątem prostokątnym ABC o przeciwprostokątnej AB długości 16. Wszystkie krawędzie boczne są nachylone do podstawy pod kątem, którego tangens jest równy 2.

Oblicz odległość spodka wysokości ostrosłupa $ABCS$ od jego krawędzi AS . Zapisz obliczenia.



Zadanie 11. (0-4)

Rozwiąż nierówność: $\sqrt{x^2 + 8x + 16} > 8 - \sqrt{4x^2 - 8x + 4}$. Zapisz obliczenia.

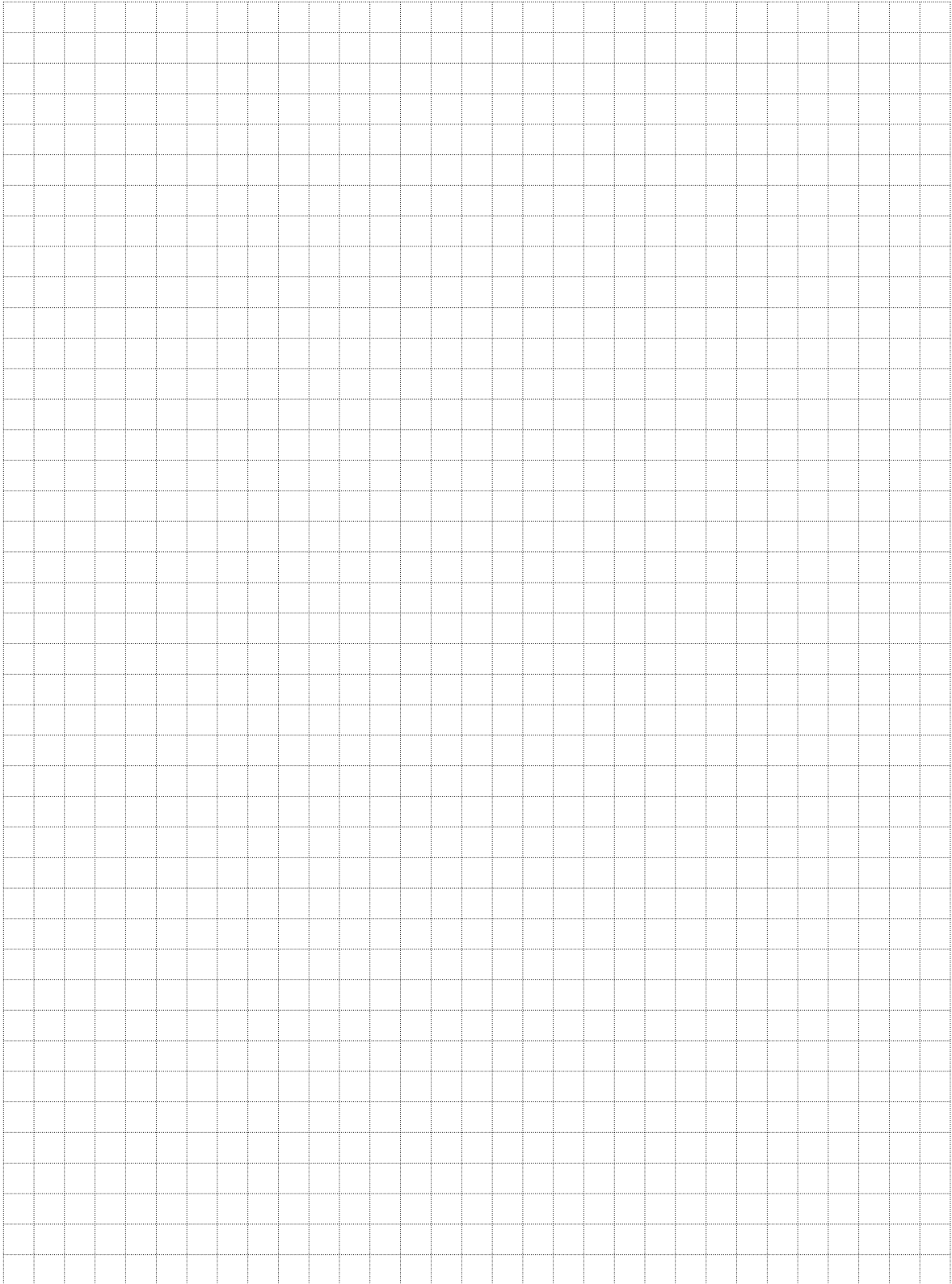


Zadanie 12. (0-5)

Dane jest równanie z niewiadomą x i parametrem $m \in \mathbb{R}$:

$$m^2x^2 - 4mx + m - 6 = 0$$

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania x_1 i x_2 , spełniające warunek: $-1 \in (x_1; x_2)$. Zapisz obliczenia.



Zadanie 13.

Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe sześciokątne G , w których długość krótszej przekątnej jest równa 15.

Zadanie 13.1. (0-2)

Wykaż, że objętość V graniastosłupa G wyraża się wzorem:

$$V(H) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(75H - \frac{1}{3}H^3 \right), \text{ gdzie } H \text{ jest wysokością graniastosłupa } G.$$



Zadanie 13.2. (0-4)

Wyznacz taką wartość H , dla której graniastosłup G ma największą objętość. Zapisz obliczenia.



BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

